

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ 2015–2016 уч. г.  
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП  
8 класс

**Решения и критерии оценивания**

**1.** Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Сегодня, 13 сентября, у Робинзона тяжёлый день: он должен делать все эти три дела. Когда у Робинзона будет следующий тяжёлый день?

**Ответ.** 13 октября.

**Решение.**

Будем считать, сколько дней прошло начиная с «тяжёлого». Если это число делится на 2, то Робинзон должен пополнить запас воды. Если делится на 3, то пополнить запас фруктов. А если делится на 5, то сходить на охоту. А если он делает все три дела одновременно, то, значит, количество прошедших дней делится и на 2, и на 3, и на 5. Впервые это произойдёт через НОК  $(2; 3; 5) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$  дней. Так как в сентябре 30 дней, то следующий тяжёлый день будет 13 октября.

**Критерии проверки.**

- Верно сказано, что количество прошедших дней должно делиться на 2, 3, 5, и сделан верный вывод, что в следующий раз это произойдёт через 30 дней, ответ верен — 7 баллов.
- Получено, что такое произойдёт через 30 дней, но в ответе ошибка, так как ученик посчитал, что в сентябре 31 день (это явно написано в работе), — 6 баллов.
- Получено, что такое произойдёт через 30 дней, но далее ошибка  $\pm 1$  в нахождении даты (не по причине предыдущего пункта) — 4 балла.
- Сразу (без обоснования) сказано, что такое произойдёт через 30 дней, и далее дата указана правильно — 3 балла.
- Только ответ «13 октября» без обоснований — 2 балла.
- Неверный пример — 0 баллов.

**2.** Самолёт вылетел из Перми 28 сентября в полдень и прибыл в Киров в 11 часов утра (везде в задаче время отправления и прибытия указывается местное). В 19 часов того же дня самолёт вылетел из Кирова в Якутск и прибыл туда в 7 часов утра. Через три часа он вылетел из Якутска в Пермь и вернулся туда в 11 часов утра 29 сентября. Сколько времени самолёт находился в воздухе?

**Ответ.** 12 часов.

**Решение.**

Самолёт отсутствовал в Перми 23 часа. Из них 8 часов он стоял в Кирове (с 11 до 19 часов) и три часа в Якутске. Итого из этих 23 часов он стоял  $8 + 3 = 11$  (часов), т. е. в воздухе самолёт находился  $23 - 11 = 12$  (часов).

**Критерии проверки.**

- Верное решение — 7 баллов.
- Верный ответ без обоснования — 2 балла.

**3.** На поляне собрались 25 гномов. Известно, что 1) каждый гном, который надел колпак, надел и обувь; 2) без колпака пришли 12 гномов; 3) босиком пришло 5 гномов. Каких гномов и на сколько больше: тех, кто пришёл в обуви, но без колпака, или тех, кто надел колпак?

**Ответ.** Тех, кто надел колпак, на 6 больше.

**Решение.**

Из условия 2 следует, что в колпаке пришли  $25 - 12 = 13$  гномов.

Из условия 1 получаем, что ровно 13 гномов пришли и в колпаке, и в обуви.

Из условия 3 следует, что всего в обуви пришло  $25 - 5 = 20$  гномов.

Значит,  $20 - 13 = 7$  гномов пришли в обуви, но без колпака.

Итак, тех, кто надел колпак (13 гномов), больше, чем тех, кто пришёл в обуви, но без колпака (7 гномов), ровно на 6 гномов.

**Критерии проверки.**

- Верное решение — 7 баллов.
- Верный ответ с неполным обоснованием — 3–4 балла.
- Только верный ответ без обоснования — 2 балла.

**4.** Разность квадратов двух чисел равна 6, а если уменьшить каждое из этих чисел на 2, то разность их квадратов станет равна 18. Чему равна сумма этих чисел?

**Ответ.**  $-2$ .

**Решение.**

Дано:

$$a^2 - b^2 = 6,$$

$$(a - 2)^2 - (b - 2)^2 = 18.$$

Дальше можно действовать по-разному.

**Способ 1.**

$(a - 2)^2 - (b - 2)^2 = a^2 - 4a + 4 - b^2 + 4b - 4 = a^2 - b^2 - 4(a - b)$ . Так как из первого условия  $a^2 - b^2 = 6$ , получаем, что  $6 - 4(a - b) = 18$ . Отсюда  $a - b = -3$ , и из первого уравнения получаем, что  $a + b = -2$ .

**Способ 2.**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = 6,$$

$$(a - 2)^2 - (b - 2)^2 = (a - b)(a + b - 4) = 18.$$

Очевидно, все множители в приведённых равенствах не равны нулю. Разделим второе уравнение на первое и обозначим искомую сумму  $a + b = x$ . Тогда

$$\frac{x - 4}{x} = 3, \text{ откуда } x = -2.$$

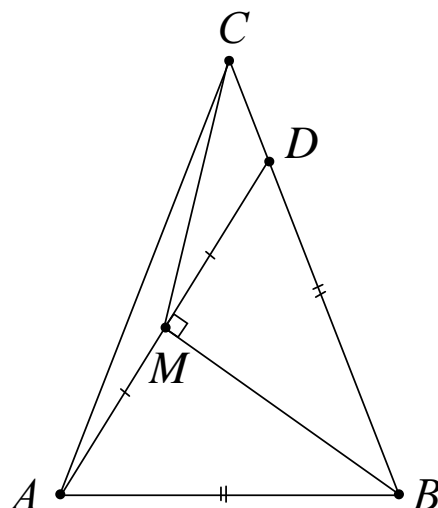
**Критерии проверки.**

- Верное решение — 7 баллов.
- Получено уравнение  $\frac{a+b-4}{a+b} = 3$ , а в дальнейшем решении арифметическая ошибка — 4 балла.
- Верно найдена разность  $a - b$ , дальнейших продвижений нет — 3 балла.
- При нахождении значения  $a + b$  или  $a - b$  допущена ошибка в знаке — не более 3 баллов.
- Только верный ответ без обоснования — 2 балла.

5. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AB$  на стороне  $CB$  выбрана точка  $D$  так, что  $CD = AC - AB$ . Точка  $M$  — середина  $AD$ . Докажите, что угол  $BMC$  — тупой.

**Решение.**

Так как  $CD = AC - AB = BC - AB$ , получаем, что  $DB = AB$ , а значит, треугольник  $ABD$  равнобедренный. Тогда его медиана  $BM$  является и высотой, т. е. угол  $BMD$  прямой. Значит,  $\angle BMC = \angle BMD + \angle DMC = 90^\circ + \angle DMC > 90^\circ$  тупой.



**Критерии проверки.**

- Верное решение — 7 баллов.
- Доказано, что треугольник  $ABD$  равнобедренный, но больше продвижений нет — 2 балла.

6. Квадрат с вершинами в узлах сетки и сторонами длиной 2015, идущими по линиям сетки, разрезали по линиям сетки на несколько прямоугольников. Верно ли, что среди них есть хотя бы один прямоугольник, периметр которого делится на 4?

**Решение.**

Если периметр прямоугольника не делится на 4, то сумма его сторон не делится на 2. Сумма двух целых чисел не делится на 2, если они разной чётности, т. е. периметр прямоугольника не делится на 4, если одна его сторона чётная, а другая нечётная. Но тогда его площадь должна быть чётной. Однако площадь каждого из составляющих квадрат  $2015 \times 2015$  прямоугольников чётной быть не может, так как иначе их суммарная площадь была бы тоже чётной, но площадь квадрата  $2015 \times 2015$  нечётна.

**Критерии проверки.**

- Верное решение — 7 баллов.
- Есть идея, что если периметр не делится на 4, то сумма сторон должна быть нечётной, но дальнейших продвижений нет — 2 балла.
- Только ответ «да, верно» — 0 баллов.

## Интеллектуальный марафон по математике ( 8 класс) (2017-2018 у.год)

### Задачи на «один зубок»

1. Целая шоколадка и ещё половинка шоколадки стоят 36 рублей. Сколько стоит одна шоколадка? **(22 рубля)**
2. Мы пилили бревно, и сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков? **(11)**
3. Сколько концов у четырех палок, у четырех с половиной палок? **(8, 10)**
4. Когда Бесс спросили, сколько ей лет, она ответила: «Через два года я буду в два раза старше, чем была пять лет назад». Сколько ей лет

**Ответ : 1. Действительно, пусть Бесс сейчас  $x$  лет, тогда имеет место уравнение:  $x+2= 2(x-5)$ , откуда  $x =12$ .**

5. Матери и её совершеннолетнему сыну в сумме 66 лет. Возраст матери, записанный цифрами в обратном порядке, – это возраст сына. Сколько им лет?

**Ответ :42 и 24 года. (Кто-то может сказать, что это также может быть 51 и 15 лет. Однако, в задании указано, что сын — совершеннолетний)**

### «Дурацкие» вопросы

1. Можно ли так бросить мяч, чтобы он пролетев некоторое расстояние, остановился и начал двигаться в обратном направлении? **Ответ: Да, можно бросить мяч вертикально.**
2. Арбуз разрезали на 4 части и съели. Могло ли получиться 5 корок? **Ответ: Если постараться из арбуза можно вырезать кусок в виде столбика, идущего через весь арбуз. У этого куска будут две корки, соединенные арбузной мякотью.**

### Логические задачи

1. Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду верёвочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек, расстояние между ступеньками 30 см. Первая ступенька касается воды. Океан очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду на 15 см в час. Через сколько времени вода достигнет третьей ступеньки верёвочной лестницы? **[Ступенька не покроеется водой, так как вместе с водой поднимается и корабль]**
2. Из Москвы в Ленинград вышел поезд со скоростью 50 км/ч, а из Ленинграда в Москву вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Какой из поездов будет дальше от Москвы в момент встречи? **[Оба будут на одинаковом расстоянии]**

3. Павел с сыном и Семён с сыном были на рыбалке. Павел поймал столько же рыб, сколько и его сын Игорь, а Семён втрое больше, чем его сын. Всего они поймали 35 рыб. Как зовут сына Семёна? Кто сколько поймал рыб? **Ответ: Павел – сын Семёна. Игорь поймал 7 рыб, Павел – 7 рыб, Семён – 21 рыбу.**

4. Сколько времени, если до конца суток осталось  $\frac{4}{5}$  того, что прошло от начала суток?

**Ответ: 13 часов 20 минут.**

5. 5 рыбаков съели 5 карпов за 5 дней. За сколько дней 15 рыбаков съедят 15 карпов?

**Ответ : 15 рыбаков съедят 15 карпов тоже за 5 дней. Если 5 рыбаков съедают 5 карпов за определенный промежуток времени, то у 15 рыбаков скорость поедания карпов в 3 раза больше, следовательно , за 5 дней они съедят 15 карпов.**

## Интеллектуальный марафон по математике ( 9 класс) (2017-2018 у.г.)

### Задачи на «один зубок»

1. В школе 400 учеников. Почему можно утверждать, что, по крайней мере, у двоих учащихся совпадает День рождения? **(365 дней в году, 400 больше 365)**
2. Как могло получиться следующее равенство:  $8+5=1$ ? **(числа на циферблате часов)**
3. В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?
4. Если каждую минуту часовая стрелка перемещается на  $1/60$  градуса, на сколько градусов она переместится за час? **Ответ: 1 градус**
5. Два путешественника одновременно подошли к реке. У берега была привязана лодка, в которой мог переправиться только один человек. Путешественники не умели плавать, но каждому из них удалось переправиться через реку и пойти своей дорогой. Как это могло случиться?

**[Они подошли к реке с разных сторон]**

### «Дурацкие» вопросы

1. Баскетбольный матч команд школ № 1 и № 2 закончился со счетом 75:80, но ни один баскетболист не забросил ни одного мяча. Как это могло быть? **Ответ: Очень просто! Играли баскетболистки.**
2. Поезд отправляется из Бостона в Нью-Йорк. Через час другой поезд отправляется из Нью-Йорка в Бостон. Оба поезда идут с одной и той же скоростью. Какой из них в момент встречи будет находиться на меньшем расстоянии от Бостона? **Ответ: В момент встречи оба поезда будут находиться на одинаковом расстоянии от Бостона.**

### Логические задачи

1. 5. В коробке лежат 4 красных и 3 синих карандаша. Их берут в темноте. Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них был один синий? **Ответ: 4**
2. Как утверждают учебники истории, римский император Август родился в 63 году до нашей эры, а умер – в 14 году нашей эры. Сколько лет прожил император Август, если он в год своей смерти успел отметить свой день рождения? **(77 лет)**

3. В банке 60 конфет. Первый человек взял одну конфету, и каждый следующий брал больше конфет, чем предыдущий, пока банка не опустела. Назовите наибольшее число людей, которые могли бы взять конфеты из банки.

**Ответ:** Первый человек берёт 1 конфету, второй 2, третий – 3 и т.д.  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ , поэтому первые 10 человек могут забрать как минимум 55 конфет. Значит 11 человек быть не может.

4. Я потратил треть своих денег на гитару, половину оставшейся суммы на микрофон и четверть того, что осталось после этого, на козу. Какая часть первоначальной суммы осталась?

**Ответ:** Я потратил  $\frac{1}{3}$  денег на гитару, у меня осталось  $\frac{2}{3}$ . Я потратил половину оставшейся суммы на микрофон, это снова  $\frac{1}{3}$ . После этого у меня осталась  $\frac{1}{3}$  часть первоначальной суммы денег. И я потратил  $\frac{1}{4}$  часть её на козу.  $\frac{1}{4}$  от  $\frac{1}{3}$  равняется  $\frac{1}{12}$ . Таким образом, у меня осталось  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{1}{3}$  первоначальной суммы.  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$  первоначальной суммы. ( $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ .  $\frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12}$ .  $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ )

5. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть – пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?

**Ответ:** . 12 часов спала, 8 часов танцевала, 4 часа пела. К зиме она готовилась 0 часов.



## Интеллектуальный марафон по математике ( 8 класс) (2017-2018 у.год)

### Задачи на «один зубок»

1. Целая шоколадка и ещё половинка шоколадки стоят 36 рублей. Сколько стоит одна шоколадка?
2. Мы пилили бревно, и сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?
3. Сколько концов у четырех палок, у четырех с половиной палок?
4. Когда Бесс спросили, сколько ей лет, она ответила: «Через два года я буду в два раза старше, чем была пять лет назад». Сколько ей лет?
5. Матери и её совершеннолетнему сыну в сумме 66 лет. Возраст матери, записанный цифрами в обратном порядке, – это возраст сына. Сколько им лет?

### «Дурацкие» вопросы

1. Можно ли так бросить мяч, чтобы он пролетев некоторое расстояние, остановился и начал двигаться в обратном направлении?
2. Арбуз разрезали на 4 части и съели. Могло ли получиться 5 корок?

### Логические задачи

1. Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду верёвочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек, расстояние между ступеньками 30 см. Первая ступенька касается воды. Океан очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду на 15 см в час. Через сколько времени вода достигнет третьей ступеньки верёвочной лестницы?
2. Из Москвы в Ленинград вышел поезд со скоростью 50 км/ч, а из Ленинграда в Москву вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Какой из поездов будет дальше от Москвы в момент встречи?
3. Павел с сыном и Семён с сыном были на рыбалке. Павел поймал столько же рыб, сколько и его сын Игорь, а Семён втрое больше, чем его сын. Всего они поймали 35 рыб. Как зовут сына Семёна? Кто сколько поймал рыб?
4. Сколько времени, если до конца суток осталось  $\frac{4}{5}$  того, что прошло от начала суток?
5. 5 рыбаков съели 5 карпов за 5 дней. За сколько дней 15 рыбаков съедят 15 карпов?

## **Интеллектуальный марафон по математике ( 9 класс) (2017-2018 у.г.)**

### **Задачи на «один зубок»**

1. В школе 400 учеников. Почему можно утверждать, что, по крайней мере, у двоих учащихся совпадает День рождения?
2. Как могло получиться следующее равенство:  $8+5=1$ ?
3. В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?
4. Если каждую минуту часовая стрелка перемещается на  $1/60$  градуса, на сколько градусов она переместится за час?
5. Два путешественника одновременно подошли к реке. У берега была привязана лодка, в которой мог переправиться только один человек. Путешественники не умели плавать, но каждому из них удалось переправиться через реку и пойти своей дорогой. Как это могло случиться?

### **«Дурацкие» вопросы**

1. Баскетбольный матч команд школ № 1 и № 2 закончился со счетом 75:80, но ни один баскетболист не забросил ни одного мяча. Как это могло быть?
2. Поезд отправляется из Бостона в Нью-Йорк. Через час другой поезд отправляется из Нью-Йорка в Бостон. Оба поезда идут с одной и той же скоростью. Какой из них в момент встречи будет находиться на меньшем расстоянии от Бостона?

### **Логические задачи**

1. В коробке лежат 4 красных и 3 синих карандаша. Их берут в темноте. Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них был один синий?
2. Как утверждают учебники истории, римский император Август родился в 63 году до нашей эры, а умер – в 14 году нашей эры. Сколько лет прожил император Август, если он в год своей смерти успел отметить свой день рождения?
3. В банке 60 конфет. Первый человек взял одну конфету, и каждый следующий брал больше конфет, чем предыдущий, пока банка не опустела. Назовите наибольшее число людей, которые могли бы взять конфеты из банки.
4. Я потратил треть своих денег на гитару, половину оставшейся суммы на микрофон и четверть того, что осталось после этого, на козу. Какая часть первоначальной суммы осталась?
5. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть – пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?



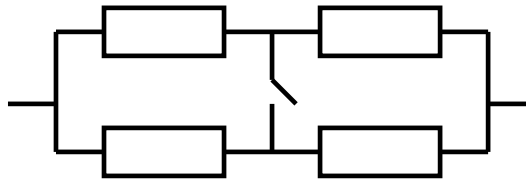
**Школьный этап олимпиады по физике.  
9 класс**

**1. Движения поездов.**

Экспериментатор Глюк наблюдал за встречным движением скорого поезда и электрички. Оказалось, что каждый из поездов прошел мимо Глюка за одно и тоже время  $t_1 = 23$ с. А в это время друг Глюка, теоретик Баг, ехал в электричке и определил, что скорый поезд прошел мимо него за  $t_2 = 13$ с. Во сколько раз отличаются длины поезда и электрички?

**2. Расчет электрических цепей.**

Каково сопротивление цепи при разомкнутом и замкнутом ключе?  $R_1 = R_4 = 600$  Ом,  $R_2 = R_3 = 1,8$  кОм.



**3. Калориметр.**

В калориметр с водой, температура которой  $t_0$ , бросили кусочек льда, имевшего температуру  $0^\circ\text{C}$ . После установления теплового равновесия оказалось, что четверть льда не растаяло. Считая известными массу воды  $M$ , ее удельную теплоемкость  $c$ , удельную теплоту плавления льда  $\lambda$ , найдите начальную массу кусочка льда  $m$ .

**4. Цветные стекла.**

На тетради написано красным карандашом «отлично» и «зеленым» - «хорошо». Имеются два стекла – зеленое и красное. Через какое стекло нужно смотреть, чтобы увидеть слово «отлично»? Свой ответ поясните.

**5. Колба в воде.**

Колба из стекла плотностью  $2,5$  г/см<sup>3</sup> вместимостью  $1,5$  л имеет массу  $250$  г. Груз, какой массы надо поместить в колбу, чтобы она утонула в воде? Плотность воды  $1$  г/см<sup>3</sup>.

### Ответы, указания, решения к олимпиадным задачам

1. Экспериментатор Глюк наблюдал за встречным движением скорого поезда и электрички. Оказалось, что каждый из поездов прошел мимо Глюка за одно и то же время  $t_1 = 23\text{с}$ . А в это время друг Глюка, теоретик Баг, ехал в электричке и определил, что скорый поезд прошел мимо него за  $t_2 = 13\text{с}$ . Во сколько раз отличаются длины поезда и электрички?

*Решение.*

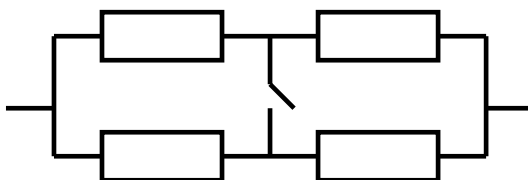
- 1) Пусть скорость скорого поезда:  $v_1$ , его длина -  $L_1$ .
- 2) Для электрички соответственно:  $v_2$ , ее длина -  $L_2$ .
- 3) Следовательно:  $L_1 = v_1 t_1$ ;  $L_2 = v_2 t_1$ .
- 4) Скорость сближения поезда и электрички равна сумме их скоростей. Поэтому:  
 $L_1 = (v_1 + v_2) t_2$ .
- 5) Выразим из (1) уравнения скорость поезда, из (2) – скорость электрички, подставим в (3).
- 6) Решая полученное уравнение, найдем отношение длин поезда и электрички:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{t_2}{t_1 - t_2} = 1,3.$$

*Критерии оценивания:*

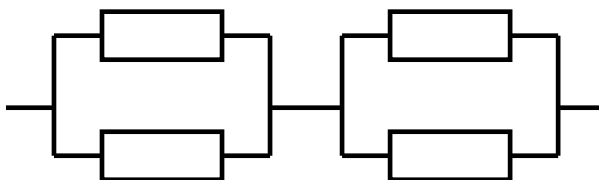
- ✓ Запись уравнения движения скорого поезда – 1 балл
- ✓ Запись уравнения движения электрички – 1 балл
- ✓ Запись уравнения движения при сближении скорого поезда и электрички – 2 балла
- ✓ Решение уравнения движения, запись формулы в общем виде – 5 баллов
- ✓ Математические расчеты – 1 балл

2. Каково сопротивление цепи при разомкнутом и замкнутом ключе?  $R_1 = R_4 = 600\text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_3 = 1,8\text{ кОм}$ .



*Решение.*

- 1) При разомкнутом ключе:  $R_0 = 1,2\text{ кОм}$ .
  - 2) При замкнутом ключе:  $R_0 = 0,9\text{ кОм}$
- Эквивалентная схема при замкнутом ключе:



*Критерии оценивания:*

- ✓ Нахождение общего сопротивления цепи при разомкнутом ключе – 3 балла
- ✓ Эквивалентная схема при замкнутом ключе – 2 балла
- ✓ Нахождение общего сопротивления цепи при замкнутом ключе – 3 балла
- ✓ Математические вычисления, перевод единиц измерения – 2 балла

3. В калориметр с водой, температура которой  $t_0$ , бросили кусочек льда, имевшего температуру  $0^\circ\text{C}$ . После установления теплового равновесия оказалось, что четверть льда

не растаяло. Считая известными массу воды  $M$ , ее удельную теплоемкость  $c$ , удельную теплоту плавления льда  $\lambda$ , найдите начальную массу кусочка льда  $m$ .

*Решение.*

- 1) Поскольку не весь лед растаял, то после установления теплового равновесия в калориметре находится и вода, и лед.
- 2) Это возможно только при температуре плавления льда, значит конечная температура системы равна  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- 3) Четверть льда не растаяло, значит, растаяло (расплавилось) три четверти льда.
- 4) Вода, охладившись до нуля градусов Цельсия, отдает количество теплоты:  $Q_1 = cMt_o$ .
- 5) Теплоту, необходимую для плавления, лед получил от воды:  $Q_2 = \frac{3}{4}m\lambda$ .
- 6) Согласно уравнению теплового баланса:  $Q_1 = Q_2$ .
- 7) Следовательно,  $cMt_o = \frac{3}{4}m\lambda$ .
- 8)

$$m = \frac{4cMt_o}{3\lambda}.$$

*Критерии оценивания:*

- ✓ Составление уравнения количества теплоты, отданного холодной водой – 2 балла
- ✓ Составление уравнения количества теплоты, необходимого для плавления льда – 3 балла
- ✓ Запись уравнения теплового баланса – 1 балл
- ✓ Решение уравнения теплового баланса (запись формулы в общем виде, без промежуточных вычислений) – 3 балла
- ✓ Вывод единиц измерения для проверки расчетной формулы – 1 балл

**4.** На тетради написано красным карандашом «отлично» и «зеленым» - «хорошо». Имеются два стекла – зеленое и красное. Через какое стекло нужно смотреть, чтобы увидеть слово «отлично»? Свой ответ поясните.

*Решение.*

- 1) Если красное стекло поднести к записи красным карандашом, то она не будет видна, т.к. красное стекло пропускает только красные лучи и весь фон будет красным.
- 2) Если же рассматривать записи красным карандашом через зеленое стекло, то на зеленом фоне мы увидим слово «отлично», написанное черными буквами, т.к. зеленое стекло не пропускает красные лучи света.
- 3) Чтобы увидеть слово «отлично» в тетради, нужно смотреть через зеленое стекло.

*Критерии оценивания:*

- ✓ Полный ответ – 5 баллов

**5.** Колба из стекла плотностью  $2,5\text{ г/см}^3$  вместимостью  $1,5\text{ л}$  имеет массу  $250\text{ г}$ . Груз какой массы надо поместить в колбу, чтобы она утонула в воде? Плотность воды  $1\text{ г/см}^3$ .

*Решение.*

- 1) Чтобы колба утонула в воде, необходимо, чтобы она полностью погрузилась в воду. Условия плавания колбы:  $F_T = F_A$ .
- 2) Объем колбы больше ее вместимости на объем стекла, из которого она изготовлена:  $V = V_B + V_C$ .
- 3) Сила тяжести, действующая на колбу с грузом:  $F_T = (m_T + m_C)g$ .

- 4) Сила Архимеда, действующая на колбу при полном погружении:  $F_A = \rho_в g V$   
 $\Rightarrow F_A = \rho_в g (V_B + V_C)$ .
- 5) Решаем систему двух уравнений:  $(m_T + m_C)g = \rho_в g (V_B + V_C)$ .
- 6)  $\Rightarrow m_T = \rho_в V - m_C$ .
- 7)  $m = 1,35 \text{ кг}$ .

*Критерии оценивания:*

- ✓ *Запись условия плавания тел – 1 балл*
- ✓ *Запись формулы нахождения силы тяжести, действующей на колбу с грузом – 2 балла*
- ✓ *Запись формулы нахождения силы Архимеда, действующей на колбу, погруженную в воду – 3 балла*
- ✓ *Решение системы двух уравнений – 3 балла*
- ✓ *Математические вычисления – 1 балл*

## Школьный этап олимпиады по физике.

### 8 класс

#### 1. Путешественник.

Путешественник 1ч 30 мин ехал со скоростью 10 км/ч на верблюде и потом 3 ч – на осле со скоростью 16 км/ч. Какой была средняя скорость путешественника на всем пути?

#### 2. Попугай Кеша.

В то утро попугай Кеша, как обычно, собирался сделать доклад о пользе банановодства и бананоедства. Позавтракав 5 бананами, он взял мегафон и полез на «трибуну» - на верхушку пальмы высотой 20 м. На полпути он почувствовал, что с мегафоном ему не добраться до вершины. Тогда он оставил мегафон и полез дальше без него. Сумеет ли Кеша сделать доклад, если для доклада нужен запас энергии в 200 Дж, один съеденный банан позволяет совершить работу в 200 Дж, масса попугая 3 кг, масса мегафона 1 кг? (при расчетах принять  $g = 10\text{Н/кг}$ )

#### 3. Температура.

В воду массой 1 кг, температура которой  $10^{\circ}\text{C}$ , вливают 800г кипятка. Какой станет конечная температура смеси? Удельная теплоемкость воды  $4200 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})}$ .

#### 4. Льдина.

В реке плавает плоская льдина толщиной 0,3 м. Какова высота выступающей над водой части льдины? Плотность воды  $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , плотность льда  $900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .



### Ответы, указания, решения к олимпиадным задачам

1. Путешественник 1ч 30 мин ехал со скоростью 10 км/ч на верблюде и потом 3 ч – на осле со скоростью 16 км/ч. Какой была средняя скорость путешественника на всем пути?

*Решение.*

1) Средняя скорость на всем пути:  $v_{cp} = \frac{s_o}{t_o} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$ .

2) Пройденный путь на первом этапе движения:  $s_1 = v_1 t_1$ ;

$$s_1 = 10 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 1,5\text{ч} = 15\text{км}.$$

3) Пройденный путь на втором этапе движения:  $s_2 = v_2 t_2$ ;

$$s_2 = 16 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 3\text{ч} = 48\text{км}.$$

4) Средняя скорость на всем пути:  $v_{cp} = \frac{s_o}{t_o} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{63\text{км}}{4,5\text{ч}} = 14 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ .

*Критерии оценивания:*

- ✓ *Запись формулы средней скорости движения – 1 балл*
- ✓ *Нахождение пройденного пути на первом этапе движения – 1 балл*
- ✓ *Нахождение пройденного пути на втором этапе движения – 1 балл*
- ✓ *Математические расчеты, перевод единиц измерения – 2 балла*

2. В то утро попугай Кешка, как обычно, собирался сделать доклад о пользе банановодства и бананоедства. Позавтракав 5 бананами, он взял мегафон и полез на «трибуну» - на верхушку пальмы высотой 20м. На полпути он почувствовал, что с мегафоном ему не добраться до вершины. Тогда он оставил мегафон и полез дальше без него. Сумеет ли Кешка сделать доклад, если для доклада нужен запас энергии в 200 Дж, один съеденный банан позволяет совершить работу в 200 Дж, масса попугая 3 кг, масса мегафона 1 кг?

*Решение.*

1) Запас энергии, который дают пять съеденных бананов:

$$E_o = 5 \cdot 200 \text{ Дж} = 1000 \text{ Дж}.$$

2) Для того, чтобы попугаю Кеше забраться на пальму с мегафоном, потребовалось бы:  $E_1 = (M + m)gh$  энергии:

$$E_1 = (3\text{кг} + 1\text{кг}) \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 20\text{м} = 800 \text{ Дж}.$$

3) После этого у него оставалось 200 Дж энергии на то, чтобы сделать доклад.

4) Ответ: Кешка сумеет сделать доклад, он даже мог и не оставлять мегафон на полпути.

*Критерии оценивания:*

- ✓ *Нахождение общего запаса энергии от съеденных бананов – 1 балл*
- ✓ *Энергия, затраченная для поднятия тела на высоту  $h$  – 2 балла*

- ✓ Энергия, затраченная Кешкой для подъема на трибуну и выступления – 1 балл
- ✓ Математические расчеты, правильная формулировка окончательного ответа – 1 балл

3. В воду массой 1 кг, температура которой 10 °С, вливают 800г кипятка. Какой станет конечная температура смеси? Удельная теплоемкость воды  $4200 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})}$ .

*Решение.*

- 1) В теплообмене участвуют два тела: холодная вода получает количество теплоты:  $Q_1 = cm_1(t - t_1)$ .
- 2) Горячая вода отдает количество теплоты:  $Q_2 = cm_2(t_2 - t)$ .
- 3) Согласно уравнению теплового баланса:  $Q_1 = Q_2$ .
- 4) Следовательно,  $cm_1(t - t_1) = cm_2(t_2 - t) \Rightarrow t(m_1 + m_2) = m_1t_1 + m_2t_2$ .
- 5)  $t = \frac{m_1t_1 + m_2t_2}{m_1 + m_2}; t = 50^\circ \text{C}$ .

*Критерии оценивания:*

- ✓ Составление уравнения количества теплоты, полученного холодной водой – 1 балл
- ✓ Составление уравнения количества теплоты, отданного горячей водой – 1балл
- ✓ Запись уравнения теплового баланса – 2балла
- ✓ Решение уравнения теплового баланса (запись формулы в общем виде, без промежуточных вычислений) – 5 баллов
- ✓ Математические расчеты – 1 балл

4. В реке плавает плоская льдина толщиной 0,3 м. Какова высота выступающей над водой части льдины? Плотность воды  $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , плотность льда  $900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

*Решение.*

- 1) Условия плавания льдины:  $F_T = F_A$ .
- 2) Масса льдины:  $m = \rho_l SH$ ; объем погруженной части льдины (объем вытесненной воды):  $V = S(H - h)$ .
- 3) Поскольку  $F_T = mg \Rightarrow F_T = \rho_l SHg$ ;
- 4)  $F_A = \rho_g gV_{\text{нм}} \Rightarrow F_A = \rho_g gS(H - h)$ .
- 5) Решаем систему двух уравнений:  $\rho_l SHg = \rho_g gS(H - h)$ .
- 6)  $\Rightarrow h = \frac{H(\rho_g - \rho_l)}{\rho_g}$ .
- 7)  $h = 0,03\text{м} = 3\text{см}$ .

*Критерии оценивания:*

- ✓ Запись условия плавания тел – 1 балл
- ✓ Запись формулы нахождения силы тяжести, действующей на льдину – 2 балла
- ✓ Запись формулы нахождения силы Архимеда, действующей на льдину в воде – 3 балла
- ✓ Решение системы двух уравнений – 3балла
- ✓ Математические вычисления – 1 балл